

ΤΑΞΗ: Α' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

Ημερομηνία: Κυριακή 3 Μαΐου 2015

Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

### ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

#### ΘΕΜΑ Α

A1. Αν  $\alpha, \beta \geq 0$  και  $n$  θετικός ακέραιος, να αποδείξετε ότι:  $\sqrt[n]{\alpha} \cdot \sqrt[n]{\beta} = \sqrt[n]{\alpha \cdot \beta}$ .

Μονάδες 10

A2. Να διατυπώσετε τον κλασσικό ορισμό της πιθανότητας ενός ενδεχομένου A.

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α.  $|\alpha + \beta| = |\alpha| + |\beta|$  για κάθε  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$  Σ Λ

β.  $\alpha > \beta \Leftrightarrow \alpha - \beta > 0$  Σ Λ

γ. Η εξίσωση  $x^n = a$ , με  $a < 0$  και  $n$  άρτιο φυσικό αριθμό, είναι αδύνατη.

Σ Λ

δ. Το συμμετρικό του σημείου  $A(\alpha, \beta)$  ως προς τον άξονα  $x'x$  είναι το σημείο  $\Delta(\alpha, -\beta)$ , που έχει ίδια τετμημένη και αντίθετη τεταγμένη.

Σ Λ

ε. Αν  $A \subseteq B$  τότε  $P(A) > P(B)$ , όπου A, B δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ .

Σ Λ

Μονάδες 10

#### ΘΕΜΑ Β

B1. Να λύσετε την ανίσωση:  $\frac{|2x-1|}{3} - 1 < \frac{3-|1-2x|}{4}$  και να γράψετε τις λύσεις της σε μορφή διαστήματος  $\Delta$ .

Μονάδες 12

**B2.** Αν  $x \in \Delta$ , να δείξετε ότι η παράσταση  $A = \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 1}}{x + 1} + \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x - 2}$  είναι σταθερός αριθμός.

**Μονάδες 13**

### ΘΕΜΑ Γ

Έστω η συνάρτηση  $f(x) = x^2 + κx - 3, κ \in \mathbb{R}$  της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο  $A(1, -4)$ .

**Γ1.** Να αποδείξετε ότι  $κ = -2$  και να βρείτε τα σημεία τομής της  $C_f$  με τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$ .

**Μονάδες 9**

**Γ2.** Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας  $\epsilon$  που διέρχεται από το σημείο  $B(-1, f(-1))$  και είναι παράλληλη στην ευθεία  $\zeta$  με εξίσωση:  $y = 3x + 2015$ .

**Μονάδες 8**

**Γ3.** Έστω  $K(1, \alpha), \Lambda(3, \beta), M(5, \gamma)$  τρία σημεία που ανήκουν στην ευθεία  $\epsilon$ . Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί  $\alpha, \beta, \gamma$  με τη σειρά που δίνονται αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.

**Μονάδες 8**

### ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση  $x^2 + (4\lambda - 2)x + \lambda(3 - 8\lambda) = 0$  (1), με παράμετρο  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

- Δ1.** i. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση (1) έχει διακρίνουσα:  $\Delta = 4(3\lambda - 1)(4\lambda - 1)$ .  
ii. Να βρείτε τις τιμές  $\lambda_1, \lambda_2$  της παραμέτρου  $\lambda$ , με  $\lambda_1 < \lambda_2$ , ώστε η εξίσωση (1) να έχει διπλή ρίζα. Στη συνέχεια, να βρείτε τη διπλή ρίζα  $x_0$  για  $\lambda = \lambda_1$ .

**Μονάδες 10**

**Δ2.** Έστω  $A$  και  $B$  δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$ .

Αν  $P(A) = x_0$ ,  $P(A \cap B) = \lambda_2$  και  $P[(A \cup B)'] = \lambda_1$ , να βρείτε την πιθανότητα να πραγματοποιείται το ενδεχόμενο  $B$ .

**Μονάδες 7**

**Δ3.** Να προσδιορίσετε τις τιμές των  $\lambda \in \mathbb{R}$ , ώστε η εξίσωση (1) να έχει δύο ρίζες άνισες, τις  $x_1, x_2$ . Για ποιες απ' αυτές τις τιμές της παραμέτρου ισχύει:  $4x_1x_2 = 3x_1 + 3x_2 - 26$ .

**Μονάδες 8**